

Bài 1: (2đ – 1,5đ)

Ý giải: Gọi 3 số lập thành cấp số nhân ban đầu theo thứ tự là a,b,c

$$\text{Theo đề bài ta có : } \begin{cases} a \cdot c = b^2 \\ a + 1 + c + 3 = 2(b + 6) \\ a + b + c = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6 \\ a = 2, c = 18 \\ a = 18, c = 2 \end{cases}$$

Vậy ba số ban đầu là : 2; 6; 18 hoặc 18; 6; 2

Bài 2: (2đ – 2đ) Ý giải:

$$L_1 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^3 + 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x^2+x+3)(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{5.4} = \frac{1}{20}$$

$$L_2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 5 - x^2}{\sqrt{x^2 - 2x + 5} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + 5}{\sqrt{x^2 - 2x + 5} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \left(2 - \frac{5}{x}\right)}{-x \left(\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}} + 1\right)} = 1$$

Bài 3: (1đ – 1đ)

Ý giải:

Đề hàm số liên tục tại $x_0 = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x \cdot (1 + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(1 - \cos^2 x) \cdot (1 + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(1 + \cos x) \cdot (1 + \sqrt{\cos x})} = \frac{1}{4}$$

Mà $f(0) = m$. Vậy $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$

Bài 4 : (1đ – 1đ)

Ý giải: $f'(x) = -2 \sin 19x - \sqrt{3} \cos 5x - \sin 5x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\sin 19x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 5x + \frac{1}{2} \sin 5x \Leftrightarrow \sin(-19x) = \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -19x = 5x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ -19x = \pi - 5x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{72} + \frac{k\pi}{12} \\ x = -\frac{\pi}{21} + \frac{k\pi}{7} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Bài 5 : (4đ – 3,5đ)

Ý giải:

a) (2đ – 1,5đ)

Mp(A'B'CD) qua A'C và song song với AB

C/m: MO ⊥ mp(A'B'CD) thì MO là đoạn vuông góc chung của A'C và AB

I, J là trung điểm của A'B' và CD → ΔMIJ vuông cân tại M → MO = 1/2 IJ = a√2/2

b) (1đ – 1đ) O₁, O₂ là tâm của hình vuông ABCD và hình vuông A'B'C'D'

Mp(GAC) cắt khối lập phương theo thiết diện là hình thang PQCA với PQ qua

G và // A'C'. (như hình vẽ) O₁G = √((O₁O₂)² + O₂G²) = a√19/3√2 ;

$$S_{EFCA} = \frac{(PQ + AC) \cdot GO_1}{2} = a\sqrt{2} \left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{a\sqrt{19}}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5a^2\sqrt{19}}{18}$$

Cách khác: Có thể dùng diện tích hình chiếu của hình thang PQCA lên mp(A'B'C'D') là hình thang PQC'A'

c) (1đ – 1đ)

AA' ⊥ mp(ABCD), A'H ⊥ DE → AH ⊥ DE (Đl ba đường vuông góc)

→ ∠AHD = 90°, mà A và D cố định.

→ H thuộc đường tròn đường kính AD nằm trong mp(ABCD)

Giới hạn: Khi E di động trên đoạn AB thì H nằm trong góc ADB nên H là thuộc phần đường tròn đường kính AD nằm trong góc ADB.

Vậy H chuyển động trên cung AO₁ thuộc đường tròn đường kính AD và nằm trong mp(ABCD) cố định.

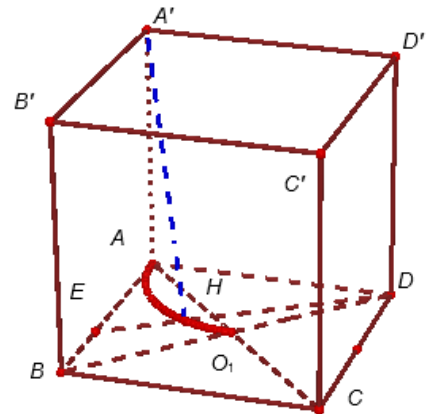
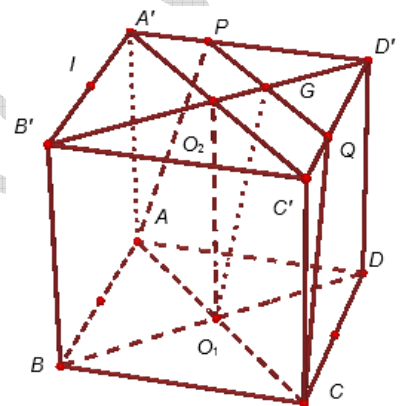
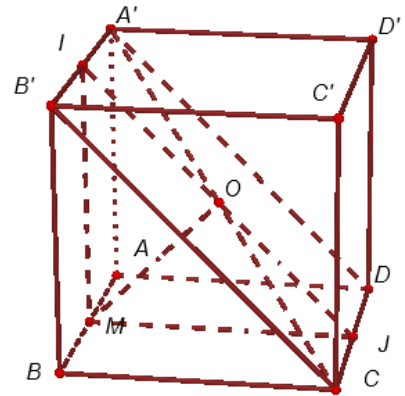
Bài 6 : (1đ) Dành cho các lớp 11T2, 11L1, 11L2, 11H1, 11H2, 11Tin, 11Sinh

Chứng minh rằng: Phương trình sau luôn luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m:

$$\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\cos 2x} = m \quad (1)$$

Ý giải: TXĐ : ℝ \ {π/4 + kπ/2 ; k ∈ ℤ} ; Pt (1) ⇔ cos 2x - sin 2x = m . cos 2x . sin 2x

Đặt t = cos 2x - sin 2x = -√2 sin(2x - π/4) ; t ≠ ±1 ; t ∈ [-√2; √2] ; Đặt D = [-√2; √2] \ {±1}



$\Leftrightarrow mt^2 + 2t - m = 0$; Đặt $f(t) = mt^2 + 2t - m$ và coi $f(t)$ có miền xác định là $\mathbb{R}$; $f(1).f(-1) < 0$ mà $f(t)$ liên tục trên $[-1;1]$

Nên $f(t)$ có ít nhất một nghiệm $\in (-1; 1) \subset D$. Vậy pt (1) luôn có nghiệm.

<http://hn-ams.edu.vn/>