

Bài 1: (2đ – 2đ) Giải bất phương trình:

$$(x + 4)(x + 1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} < 6 \quad (1)$$

Ý giải: Điều kiện: $x^2 + 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{-5-\sqrt{17}}{2} \\ x \geq \frac{-5+\sqrt{17}}{2} \end{cases} \quad (2) \quad \text{Đặt } \sqrt{x^2 + 5x + 2} = t \quad (t \geq 0) \quad (3)$

$$(1) \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 < 0 \Leftrightarrow (t + 1)(t - 4) < 0 \Leftrightarrow -1 < t < 4$$

Kết hợp điều kiện (3) ta có: $0 \leq t < 4$; $t < 4 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 2 < 16 \Leftrightarrow -7 < x < 2$

Kết hợp điều kiện (2) ta có nghiệm của bpt: $x \in \left(-7; \frac{-5-\sqrt{17}}{2}\right] \cup \left[\frac{-5+\sqrt{17}}{2}; 2\right)$

Bài 2: (2đ – 2đ) Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} \frac{x^2+3x+2}{-x+5} \geq 0 & (1) \\ \frac{1}{x+2} \geq \frac{x+2}{3x-5} & (2) \end{cases}$

Ý giải: Bpt (1) $\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x+2)}{5-x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ -1 \leq x < 5 \end{cases} \quad (3)$

Bpt (2) $\Leftrightarrow \frac{3x-5-(x+2)^2}{(x+2)(3x-5)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2-x-9}{(x+2)(3x-5)} \geq 0 \Leftrightarrow -2 < x < \frac{5}{3} \quad (4)$

Kết hợp (3) và (4) ta có nghiệm của hệ bpt: $x \in \left[-1; \frac{5}{3}\right)$

Bài 3: (2đ – 2đ) a) (1 điểm) Cho $\tan x = -\frac{3}{4}$. Tính $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

Ý giải: $\tan x = -\frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{4}{5}$

TH1: $\cos x = -\frac{4}{5} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{5}$ nên $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3-4\sqrt{3}}{10}$

TH2: $\cos x = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5}$ nên $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{-3+4\sqrt{3}}{10}$

b) (1 điểm) Xét dạng tam giác ABC thỏa mãn điều kiện: $\frac{\sin A + \cos B}{\sin B + \cos A} = \tan A \quad (1) ?$

Ý giải: $(1) \Leftrightarrow \frac{\sin A + \cos B}{\sin B + \cos A} = \frac{\sin A}{\cos A} \Leftrightarrow \sin A \cdot \cos A + \cos B \cdot \cos A = \sin B \cdot \sin A + \cos A \cdot \sin A$

$$\Leftrightarrow \cos B \cdot \cos A = \sin B \cdot \sin A \Leftrightarrow \frac{1}{2}[\cos(A+B) + \cos(A-B)] = \frac{1}{2}[\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

$$\Leftrightarrow \cos(A+B) = 0 \Leftrightarrow -\cos C = 0 \Leftrightarrow C = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \text{Tam giác ABC vuông tại C.}$$

Câu 4: (4đ – 3đ)

a) (2 điểm – 1,5 điểm)

Ý giải:

Phương trình đường thẳng (Δ) qua $N(-2; -1)$ và vuông góc với đường thẳng (d) có $\vec{n}_{\Delta} = \vec{u}_d = (4; 3)$

Phương trình đường thẳng (Δ): $4x + 3y + 11 = 0$

$K\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là trung điểm MN; $\vec{MN}(3; 3)$. Pt đường thẳng (a) trung trực MN : $x + y = 0$

Tâm I là giao điểm của (a) và (Δ) có tọa độ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + y = 0 \\ 4x + 3y + 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow I(-11; 11)$

Bán kính $R = IN = \sqrt{225} = 15$. Phương trình đường tròn: $(x + 11)^2 + (y - 11)^2 = 225$

b) (2 điểm – 1,5 điểm)

Ý giải: Gọi điểm $P(p; p)$ thuộc đường thẳng $y = x$

Đề tứ giác PAIB là hình vuông thì $IP = R\sqrt{2} \Leftrightarrow (p + 11)^2 + (p - 11)^2 = 450 \Leftrightarrow p = \pm 2\sqrt{26}$

Vậy có hai điểm P thỏa mãn đề bài có tọa độ: $(2\sqrt{26}; 2\sqrt{26})$ và $(-2\sqrt{26}; -2\sqrt{26})$

Câu 5: (1 đ) Dành cho các lớp 10T2, 10 L1, 10 L2, 10 H1, 10 H2, 10 Tin, 10 Sinh.

Giải bất phương trình: $\frac{1}{1-x^2} > \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}} - 1$ (1)

Ý giải: Điều kiện: $-1 < x < 1$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{1-x^2} - 1 > \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}} - 2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{1-x^2} - \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}} + 2 > 0 \quad (2) \quad \text{Đặt } t = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(2) \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 > 0 \Leftrightarrow (t-1)(t-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < 1 \\ t > 2 \end{cases}$$

$$\text{TH1: } t < 1 \Leftrightarrow x < \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x \geq 0 \\ x^2 < 1-x^2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định)}$$

$$\text{TH2: } t > 2 \Leftrightarrow x > 2\sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 4(1-x^2) \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 > 4 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ nên } \frac{2}{\sqrt{5}} < x < 1$$

Kết hợp hai trường hợp ta có tập nghiệm của bất phương trình là $x \in \left(-1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{2}{\sqrt{5}}; 1\right)$