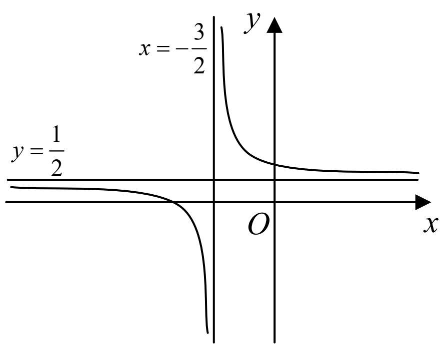
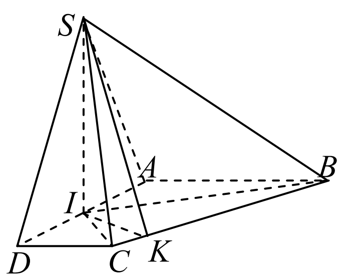
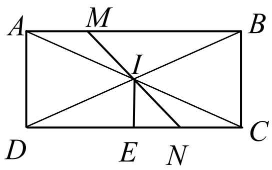
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2009
Môn: TOÁN; Khối A
(Đáp án - thang điểm gồm 04 trang)

ĐÁP ÁN − THANG ĐIỂM

Câu	***Đáp án***	***Điểm***
I ***(2,0 điểm)***	1. **(1,0 điểm)** Khảo sát…	
	• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \frac{-1}{(2x+3)^2} < 0,\ \forall x \in D.$ Hàm số nghịch biến trên: $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$ và $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. - Cực trị: không có.	***0,25***
	- Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = \frac{1}{2}$; tiệm cận ngang: $y = \frac{1}{2}$. $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^-} y = -\infty,\ \lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = -\frac{3}{2}$.	***0,25***
	- Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -\frac{3}{2} & & +\infty \\ \hline y' & & - & \Vert & - & \\ \hline y & \frac{1}{2} & \searrow & -\infty \Vert +\infty & \searrow & \frac{1}{2} \end{array}$	***0,25***
	• Đồ thị:  	***0,25***
	2. **(1,0 điểm)** Viết phương trình tiếp tuyến…	
	Tam giác OAB vuông cân tại O, suy ra hệ số góc tiếp tuyến bằng ± 1.	***0,25***
	Gọi toạ độ tiếp điểm là $(x_0; y_0)$, ta có: $\frac{-1}{(2x_0+3)^2} = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 = -2$ hoặc $x_0 = -1$.	***0,25***
	• $x_0 = -1$, $y_0 = 1$; phương trình tiếp tuyến $y = -x$ (loại).	***0,25***
	• $x_0 = -2$, $y_0 = 0$; phương trình tiếp tuyến $y = -x - 2$ (thoả mãn). Vậy, tiếp tuyến cần tìm: $y = -x - 2$.	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
II *(2,0 điểm)*	1. **(1,0 điểm)** Giải phương trình…	
	Điều kiện: $\sin x \neq 1$ và $\sin x \neq -\frac{1}{2}$ (*).	***0,25***
	Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương: $(1-2\sin x)\cos x = \sqrt{3}(1+2\sin x)(1-\sin x)$ $\Leftrightarrow \cos x - \sqrt{3}\sin x = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x \Leftrightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$	***0,25***
	$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}$.	***0,25***
	Kết hợp (*), ta được nghiệm: $x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}\ \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.	***0,25***
	2. **(1,0 điểm)** Giải phương trình…	
	Đặt $u = \sqrt[3]{3x-2}$ và $v = \sqrt{6-5x}, v \geq 0$ (*). Ta có hệ: $\begin{cases} 2u + 3v = 8 \\ 5u^3 + 3v^2 = 8 \end{cases}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow \begin{cases} v = \frac{8-2u}{3} \\ 15u^3 + 4u^2 - 32u + 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = \frac{8-2u}{3} \\ (u+2)(15u^2 - 26u + 20) = 0 \end{cases}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow u = -2$ và $v = 4$ (thoả mãn).	***0,25***
	Thế vào (*), ta được nghiệm: $x = -2$.	***0,25***
III *(1,0 điểm)*	Tính tích phân…	
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\, dx.$	***0,25***
	Đặt $t = \sin x, dt = \cos x dx;\ x = 0, t = 0;\ x = \frac{\pi}{2}, t = 1.$ $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \sin^2 x\right)^2 \cos x dx = \int_0^1 \left(1 - t^2\right)^2 dt = \left(t - \frac{2}{3}t^3 + \frac{1}{5}t^5\right)\Bigg\vert_0^1 = \frac{8}{15}.$	***0,50***
	$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\, dx = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \cos 2x\right) dx = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\sin 2x\right)\Bigg\vert_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}.$ Vậy $I = I_1 - I_2 = \frac{8}{15} - \frac{\pi}{4}.$	***0,25***
IV *(1,0 điểm)*	Tính thể tích khối chóp...	
	 $(SIB) \perp (ABCD)$ và $(SIC) \perp (ABCD)$; suy ra $SI \perp (ABCD)$. Kẻ $IK \perp BC\ (K \in BC) \Rightarrow BC \perp (SIK) \Rightarrow \widehat{SKI} = 60^\circ$.	***0,50***
	Diện tích hình thang $ABCD$: $S_{ABCD} = 3a^2$. Tổng diện tích các tam giác ABI và CDI bằng $\frac{3a^2}{2}$; suy ra $S_{\Delta IBC} = \frac{3a^2}{2}$.	***0,25***
	$BC = \sqrt{\left(AB - CD\right)^2 + AD^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow IK = \frac{2S_{\Delta IBC}}{BC} = \frac{3\sqrt{5}a}{5} \Rightarrow SI = IK.\tan\widehat{SKI} = \frac{3\sqrt{15}a}{5}.$ Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SI = \frac{3\sqrt{15}a^3}{5}.$	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
V *(1,0 điểm)*	Chứng minh bất đẳng thức…	
	Đặt $a = x + y, b = x + z$ và $c = y + z.$ Điều kiện $x(x + y + z) = 3yz$ trở thành: $c^2 = a^2 + b^2 - ab.$ Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương: $a^3 + b^3 + 3abc \le 5c^3$; a, b, c dương thoả mãn điều kiện trên.	**0,25**
	$c^2 = a^2 + b^2 - ab\ = (a+b)^2 - 3ab \ge (a+b)^2 - \dfrac{3}{4}(a+b)^2\ = \dfrac{1}{4}(a+b)^2 \Rightarrow\ a + b \le 2c$ (1).	**0,25**
	$a^3 + b^3 + 3abc \le 5c^3\ \Leftrightarrow\ (a+b)(a^2 + b^2 - ab) + 3abc \le 5c^3$ $\Leftrightarrow\ (a+b)c^2 + 3abc \le 5c^3$ $\Leftrightarrow\ (a+b)c + 3ab \le 5c^2.$	**0,25**
	(1) cho ta: $(a+b)c \le 2c^2$ và $3ab \le \dfrac{3}{4}(a+b)^2 \le 3c^2$; từ đây suy ra điều phải chứng minh. Dấu bằng xảy ra khi: $a = b = c\ \Leftrightarrow\ x = y = z.$	**0,25**
VI.a *(2,0 điểm)*	1. **(1,0 điểm)** Viết phương trình AB...	
	Gọi N đối xứng với M qua I, suy ra $N(11;-1)$ và N thuộc đường thẳng $CD.$	**0,25**
	 $E \in \Delta\ \Rightarrow\ E(x;5-x)$; $\overrightarrow{IE} = (x-6;3-x)$ và $\overrightarrow{NE} = (x-11;6-x).$ E là trung điểm $CD\ \Rightarrow\ IE \perp EN.$ $\overrightarrow{IE}.\overrightarrow{EN} = 0\ \Leftrightarrow\ (x-6)(x-11) + (3-x)(6-x) = 0 \Leftrightarrow\ x = 6$ hoặc $x = 7.$	**0,25**
	• $x = 6\ \Rightarrow\ \overrightarrow{IE} = (0;-3)$; phương trình $AB: y - 5 = 0.$	**0,25**
	• $x = 7\ \Rightarrow\ \overrightarrow{IE} = (1;-4)$; phương trình $AB: x - 4y + 19 = 0.$	**0,25**
	2. **(1,0 điểm)** Chứng minh (P) cắt (S), xác định toạ độ tâm và tính bán kính…	
	(S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 5.$ Khoảng cách từ I đến (P): $d(I,(P)) = \dfrac{\lvert 2-4-3-4\rvert}{3} = 3 < R$; suy ra đpcm.	**0,25**
	Gọi H và r lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến, H là hình chiếu vuông góc của I trên (P): $IH = d(I,(P)) = 3,\ r = \sqrt{R^2 - IH^2} = 4.$	**0,25**
	Toạ độ $H = (x;y;z)$ thoả mãn: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \\ 2x - 2y - z - 4 = 0. \end{cases}$	**0,25**
	Giải hệ, ta được $H(3;\ 0;\ 2).$	**0,25**
VII.a *(1,0 điểm)*	Tính giá trị của biểu thức…	
	$\Delta = -36 = 36i^2$, $z_1 = -1 + 3i$ và $z_2 = -1 - 3i.$	**0,25**
	$\lvert z_1 \rvert = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ và $\lvert z_2 \rvert = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}.$	**0,50**

Câu	Đáp án	Điểm
	$A=\|z_1\|^2+\|z_2\|^2=20.$	**0,25**
VI.b *(2,0 điểm)*	1. **(1,0 điểm)** Tìm m...	
	(C) có tâm $I(-2;-2)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.	**0,25**
	Diện tích tam giác IAB: $S=\dfrac{1}{2}IA.IB.\sin\widehat{AIB}\ \le\ \dfrac{1}{2}R^2=1$; S lớn nhất khi và chỉ khi $IA\perp IB$.	**0,25**
	Khi đó, khoảng cách từ I đến Δ: $d(I,\Delta)=\dfrac{R}{\sqrt{2}}=1 \Leftrightarrow \dfrac{\|-2-2m-2m+3\|}{\sqrt{1+m^2}}=1$	**0,25**
	$\Leftrightarrow\ (1-4m)^2=1+m^2\ \Leftrightarrow\ m=0$ hoặc $m=\dfrac{8}{15}$.	**0,25**
	2. **(1,0 điểm)** Xác định toạ độ điểm M...	
	Δ_2 qua $A(1;3;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-2)$. $M\in\Delta_1 \Rightarrow M(-1+t;t;-9+6t)$. $\overrightarrow{MA}=(2-t;3-t;8-6t)$, $\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]=(8t-14;20-14t;t-4)\ \Rightarrow\ \left\|\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]\right\|=3\sqrt{29t^2-88t+68}.$	**0,25**
	Khoảng cách từ M đến Δ_2: $d(M,\Delta_2)=\dfrac{\left\|\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]\right\|}{\|\vec{u}\|}=\sqrt{29t^2-88t+68}.$ Khoảng cách từ M đến (P): $d\big(M,(P)\big)=\dfrac{\|-1+t-2t+12t-18-1\|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{\|11t-20\|}{3}.$	**0,25**
	$\sqrt{29t^2-88t+68}=\dfrac{\|11t-20\|}{3}\ \Leftrightarrow\ 35t^2-88t+53=0\ \Leftrightarrow\ t=1$ hoặc $t=\dfrac{53}{35}$.	**0,25**
	$t=1\ \Rightarrow\ M(0;1;-3)$; $t=\dfrac{53}{35}\ \Rightarrow\ M\left(\dfrac{18}{35};\dfrac{53}{35};\dfrac{3}{35}\right)$.	**0,25**
VII.b *(1,0 điểm)*	Giải hệ phương trình…	
	Với điều kiện $xy>0$ (*), hệ đã cho tương đương: $\begin{cases}x^2+y^2=2xy\\x^2-xy+y^2=4\end{cases}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow\ \begin{cases}x=y\\y^2=4\end{cases}\ \Leftrightarrow\ \begin{cases}x=y\\y=\pm2.\end{cases}$	**0,50**
	Kết hợp (*), hệ có nghiệm: $(x;y)=(2;2)$ và $(x;y)=(-2;-2)$.	**0,25**

-------------Hết-------------