

VẤN ĐỀ 4. ĐIỂM CỐ ĐỊNH. TÂM ĐỐI XỨNG VÀ TRỤC ĐỐI XỨNG

Dạng 1. Tìm điểm cố định của họ đường cong

- *Định nghĩa:* Cho họ đường cong $(C_m): y = f(x; m)$ phụ thuộc tham số m . Điểm $M(x_0; y_0)$ gọi là *điểm cố định* của họ đường cong (C_m) nếu $y_0 = f(x_0; m), \forall m$.
- *Cách giải:* Để tìm điểm cố định của họ đường cong $(C_m): y = f(x; m)$ ta có

Bước 1: Gọi điểm cố định là $M(x_0; y_0) \Rightarrow y_0 = f(x_0; m), \forall m$.

Bước 2: Sắp xếp $y_0 = f(x_0; m)$ theo phương trình ẩn m bậc giảm dần, chẳng hạn nếu là bậc 2 thì có dạng $Am^2 + Bm + C = 0$.

Bước 3: Ta có $y_0 = f(x_0; m), \forall m \Leftrightarrow Am^2 + Bm + C = 0, \forall m$. Điều này chỉ xảy ra \Leftrightarrow tất cả

$$\text{các hệ số ẩn } m \text{ bằng } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$$

Bước 4: Từ hệ trên giải được $x_0; y_0$ và kết luận.

1. Cho họ đường cong $(C_m): y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 4m^2 - 2m$. Tìm các điểm cố định của các họ đường cong (C_m) . *Đáp số:* $M(2; 0)$.
2. Cho họ đường cong $(C_m): y = \frac{x^2 + (m-2)x + m - 1}{mx + m - 1}$. Tìm các điểm cố định của các họ đường cong (C_m) . *Đáp số:* $M_1(0; 1), M_2(-1; -2), M_3(2; 1), m \neq 1; m \neq \frac{1}{3}$.

Bài tập luyện tập

3. Cho họ đường cong $(C_m): y = (2m+1)x^3 - mx - m + 1$. Tìm các điểm cố định của các họ đường cong (C_m) . *Đáp số:* $M(1; 2)$.
4. Cho họ đường cong $(C_m): y = \frac{mx+4}{x+m}$. Tìm các điểm cố định của các họ đường cong (C_m) . *Đáp số:* $M_1(2; 2), M_2(-2; -2), m \neq \pm 2$.
5. Chứng minh rằng $\forall m \neq -1$ đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + (1-m)x + 1 + m}{x - m}$ luôn luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định tại một điểm cố định. *Đáp số:* $(-1; -2), f'(-1) = 1$.

Biên soạn: Thầy **Lê Đức Thuận**. Email: thuanducle@gmail.com