

PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1. Phương trình tổng quát của đường thẳng

- Vector $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là *vector pháp tuyến* (VTPT) của đường thẳng Δ nếu vector $\vec{n}$ có giá vuông góc với Δ .
- Nếu vector $\vec{n}$ là VTPT của đường thẳng Δ thì mọi vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\vec{n}$ cũng là VTPT của Δ .
- Phương trình đường thẳng (PTĐT) Δ đi qua điểm $I(x_o; y_o)$ và có VTPT $\vec{n}(a; b)$ có dạng là $a(x - x_o) + b(y - y_o) = 0$.
- PTĐT đi qua hai điểm $A(a; 0), B(0; b)$ với $ab \neq 0$ có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ và gọi là PTĐT theo đoạn chắn.
- Trong mặt phẳng tọa độ mọi đường thẳng đều có dạng phương trình tổng quát (PTTQ) là $ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$. Ngược lại mỗi PTĐT dạng $ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ đều là PTTQ của đường thẳng, nhận VTPT là $\vec{n}(a, b)$.

1. Viết PTTQ của đường thẳng Δ trong những trường hợp sau:

- a) Đi qua điểm $I(-1, 3)$ và có VTPT $\vec{n}(2, -5)$. *Đáp số*: $2x - 5y + 17 = 0$.
- b) Đi qua điểm $I(-3, 3)$ và nhận $\overline{AB}$ làm VTPT với $A(-1, 2), B(1, -2)$. *Đáp số*: $x - 2y + 9 = 0$.
- c) Đi qua điểm $I(2, -3)$ và song song với đường thẳng d có phương trình $-3x + y + 4 = 0$. *Đáp số*: $3x - y - 9 = 0$.
- d) Là trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-1, 4), B(3, -2)$. *Đáp số*: $2x - 3y + 1 = 0$.

2. Cho tam giác có ba đỉnh $A(-1, -1), B(-1, 3), C(2, -4)$. Viết PTTQ của:

- a) Đường cao qua A . *Đáp số*: $3x - 7y - 4 = 0$.
- b) Đường cao qua B . Từ đó suy ra tọa độ trực tâm H của tam giác ABC . *Đáp số*: $x - y + 4 = 0 \Rightarrow H(-8, -4)$.
- c) Viết phương trình đường trung trực của cạnh AB và AC . Từ đó suy ra tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. *Đáp số*: $y - 1 = 0, x - y - 3 = 0, I(4, 1)$.

3. Cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng AB, BC, CA là $AB: 2x - 3y - 1 = 0, BC: x + 3y + 7 = 0, CA: 5x - 2y + 1 = 0$. Viết phương trình tổng quát của đường cao kẻ từ đỉnh B . *Đáp số*: $6x + 15y + 37 = 0$

4. Viết phương trình các đường trung trực của tam giác ABC biết rằng $M(-2, 4), N(6, -1), P(4, -3)$ là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . *Đáp số*:

5. Cho điểm $I(1, 3)$ và đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua điểm I . *Đáp số*: $x - 2y + 9 = 0$

Dạng 2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

6. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 trong mỗi trường hợp sau.

a) $\Delta_1 : \sqrt{2}x - 3y + 5 = 0$ và $\Delta_2 : x + 3y - \sqrt{3} = 0$.

b) $\Delta_1 : x - 3y + 2 = 0$ và $\Delta_2 : -2x + 6y + 3 = 0$.

c) $\Delta_1 : 0,7x + 12y - 5 = 0$ và $\Delta_2 : 1,4x + 24y - 10 = 0$.

7. Biện luận vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 trong mỗi trường hợp sau theo m

a) $\Delta_1 : (m-1)x + my + 1 = 0$ và $\Delta_2 : 2x + y - 4 = 0$. *Đáp số:* $\Delta_1 \cap \Delta_2 = \left(\frac{4m+1}{m+1}, \frac{2-4m}{m+1} \right)$

$\Leftrightarrow m \neq -1, \Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow m = -1$

b) $\Delta_1 : 4x - my + 4 - m = 0$ và $\Delta_2 : (2m+6)x + y - 2m - 1 = 0$. *Đáp số:* $\Delta_1 \cap \Delta_2 = \left(\frac{m-1}{m+1}, \frac{7-m}{m+1} \right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq -2 \end{cases}, \Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow m = -1, \Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow m = -2$

Bài tập tổng hợp

8. * Cho điểm $A(-1; 3)$ và đường thẳng $\Delta : x - 2y + 2 = 0$. Dựng hình vuông $ABCD$ sao cho B, C nằm trên Δ và các tọa độ của C đều dương.

a) Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D . *Đáp số:* $B(0; 1), AB = \sqrt{5}, C(2; 2), D(1; 4)$

b) Tính chu vi và diện tích của hình vuông $ABCD$. *Đáp số:* Chu vi $4\sqrt{5}$, diện tích 5.

9. * Cho hai đường thẳng $d_1 : x - y + 1 = 0, d_2 : 2x + y - 1 = 0$ và $P(2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng qua P và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $PA = PB$. *Đáp số:* $4x - y - 7 = 0$.

10. * Cho tam giác ABC có đỉnh $A(1, 3)$ và phương trình hai đường trung tuyến BM, CN có $BM: x - 2y + 1 = 0, CN: y - 1 = 0$. Tìm tọa độ hai đỉnh B và C . *Đáp số:* $B(-3, -1), C(5, 1)$

11. * a) Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $I(2, 3)$ và cắt các tia Ox, Oy tại hai điểm A và B không trùng với gốc tọa độ sao cho $(OA + OB)$ nhỏ nhất. *Đáp số:*

$$\min(OA + OB) = 2\sqrt{6} + 5 \Leftrightarrow \Delta : \frac{x}{2+\sqrt{6}} + \frac{y}{3+\sqrt{6}} = 1.$$

* b) Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $I(6, 4)$ và tạo với hai trục tọa độ một

tam giác có diện tích bằng 2. *Đáp số:* $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} = 1 \vee \frac{x}{-3} + \frac{y}{\frac{4}{3}} = 1.$

Biên soạn: Thầy Lê Đức Thuận

Mail: thuanducle@ymail.com