

PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1. Phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng

- Phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và vector

chỉ phương $\vec{u} = (a; b)$ lần lượt có dạng $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ và $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$.

1. Cho hai điểm $A(-1; 2), B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$ sao cho tam giác ABC vuông tại C . *Đáp số:* $C_1(3; 2), C_2\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$.
2. Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(-1; 1)$ và:
 - a) Song song với $d_1: 2x - y + 8 = 0$.
 - b) Vuông góc với $d_2: 3x + 5y - 8 = 0$.
 - c) Có hệ số góc là $k = \frac{2}{3}$.
3. (ĐH, A, 02) Cho tam giác ABC vuông tại A , có phương trình cạnh $BC: \sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$, các đỉnh A, B thuộc Ox và bán kính đường tròn nội tiếp $r = 2$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC . *Hướng dẫn:* Đặt $B(1; 0), A(a; 0), C(a; a\sqrt{3} - \sqrt{3}), S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}(a - 1)^2$. Từ đó suy ra $G_1\left(\frac{7 + 4\sqrt{3}}{3}; \frac{6 + 2\sqrt{3}}{3}\right), G_2\left(\frac{-1 - 4\sqrt{3}}{3}; \frac{-6 - 2\sqrt{3}}{3}\right)$.

Dạng 2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

- Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cho dưới dạng tham số, đầu tiên ta chuyển Δ_1 và Δ_2 về dạng tổng quát, sau đó xét như trong Vấn đề 2.
4. Xét vị trí tương đối của mỗi cặp đường thẳng sau và tìm giao điểm của chúng nếu có:
 - a) $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 5 + t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 8 + 6t' \\ y = 4 - 3t' \end{cases}$ *Đáp số:* Song song.
 - b) $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$ và $\frac{x - 4}{2} = \frac{y + 7}{3}$. *Đáp số:* Cắt nhau tại $(0; -13)$.
 - c) $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -1 - t \end{cases}$ và $x + y - 4 = 0$. *Đáp số:* Trùng nhau.

Dạng 3. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

- Cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M đến Δ là $d(M; \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

5. Hãy tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau
- a) $M(3;14)$ và $\Delta: 4x - 3y + 15 = 0$. b) $M(5;-1)$ và $\Delta: \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$.
6. Tìm điểm A nằm trên đường thẳng $d: 2x + y - 1 = 0$ và có khoảng cách đến đường thẳng $d': 4x + 3y - 10 = 0$ bằng 2. *Đáp số:* $A_1\left(\frac{3}{2}; -2\right), A_2\left(-\frac{17}{2}; 18\right)$.

Dạng 4. Vị trí của hai điểm đối với một đường thẳng

- Cho hai điểm $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ và đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$. Khi đó, M, N nằm về hai phía của Δ khi và chỉ khi $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) < 0$.
7. Cho hai điểm $A(4;3), B(-5;2)$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$. Xét vị trí tương đối của A, B và đường thẳng d .
8. Cho ΔABC có các đỉnh $A(1;0), B(2;-3), C(-2;4)$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 1 = 0$. Xét xem Δ cắt cạnh nào của tam giác.
9. Viết phương trình đường thẳng Δ qua giao điểm của hai đường thẳng $a: 2x - 3y + 15 = 0$, $b: x - 12y + 3 = 0$ và thoả mãn điều kiện:
- a) Đi qua điểm $A(2;0)$. *Đáp số:* $3x - 71y - 6 = 0$.
- b) Có vectơ chỉ phương $\vec{u}(5; -4)$. *Đáp số:* $28x + 35y + 243 = 0$.

Dạng 5. Phương trình các đường phân giác tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau

- Cho hai đường thẳng cắt nhau $d: a_1x + b_1y + c_1 = 0; d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Khi đó các đường phân giác tạo bởi giữa $d_1; d_2$ là $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$.
10. Cho hai đường thẳng $d_1: 3x - 4y + 5 = 0, d_2: 12x + 5y - 3 = 0$. Lập phương trình các đường phân giác của góc tạo bởi d_1 và d_2 . *Đáp số:* $21x + 77y - 80 = 0, 99x - 27y + 50 = 0$.
11. Cho ΔABC với $A\left(\frac{7}{4}; 3\right), B(1; 2), C(-4; 3)$. Viết phương trình đường phân giác trong của góc A . *Đáp số:* $AB: 4x - 3y + 2 = 0, AC: y - 3 = 0, 4x - 2y - 13 = 0 \Rightarrow 4x - 8y + 17 = 0$.
12. Cho tam giác ABC biết rằng các đỉnh $A(2;-4), B\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right), C(0;6)$.
- a) Viết phương trình đường phân giác trong góc A . *Đáp số:* $3x - y - 10 = 0$
- b) Tìm tọa độ tâm và bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC . *Đáp số:* $x + y - 2 = 0, J(3;-1)$.
13. (CD, A, 04). Cho ΔABC có $A(-6;-3), B(-4;3), C(9;2)$. Viết phương trình đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC . *Đáp số:* $x - y + 2 = 0$.
14. Tìm tâm đường tròn nội tiếp của ΔABC với các cạnh $AB: x + y + 12 = 0, AC: 7x + y = 0$ và $BC: 7x - y + 28 = 0$. *Đáp số:* $J(-2;-6)$.

Dạng 6. Góc giữa hai đường thẳng

- Cho hai đường thẳng $d_1; d_2$ lần lượt có vectơ pháp tuyến là $\vec{n_1}, \vec{n_2}$. Khi đó góc giữa $d_1; d_2$

được tính theo công thức $\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}|}{|\vec{n_1}| \cdot |\vec{n_2}|}$.

15. Tìm góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 trong mỗi trường hợp sau

a) $\Delta_1 : \begin{cases} x = 13 + t \\ y = -2 + 2t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 5 - 2t' \\ y = 7 + t' \end{cases}$. b) $\Delta_1 : x = 5$ và $\Delta_2 : 2x + y - 14 = 0$.

c) $\Delta_1 : \begin{cases} x = 4 - t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$ và $\Delta_2 : 2x + 3y - 1 = 0$. d) $\Delta_1 : \begin{cases} x = 7 - 2t \\ y = 5 - t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 2 + 3t' \end{cases}$.

16. Cho ba điểm $A(4; -1), B(-3; 2), C(1; 6)$. Tính $\cos \hat{A}$ và góc giữa hai đường thẳng AB, AC .

Dạng 7. Hình chiếu vuông góc của điểm trên đường thẳng

- Cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$. Để tìm tọa độ hình chiếu H của M trên Δ , ta làm như sau:

Bước 1: Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với Δ .

Bước 2: Tìm điểm H là giao điểm của d và Δ .

17. Cho phương trình đường thẳng $d : x - y = 0$ và điểm $M(2; 1)$.

- a) Viết phương trình đường thẳng đối xứng với d qua điểm M . *Đáp số:* $x - y - 2 = 0$.
- b) Tìm hình chiếu của điểm M trên đường thẳng d . *Đáp số:* $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

18. Cho điểm $M(2; 5)$ và đường thẳng $\Delta : x + 2y - 2 = 0$.

- a) Tìm tọa độ điểm H trên Δ sao cho đoạn MH nhỏ nhất. *Đáp số:* $H(0; 1)$.
- b) Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua Δ . *Đáp số:* $M'(-2; -3)$.
- c) Viết phương trình đường thẳng Δ' đối xứng với Δ qua M . *Đáp số:* $x - 2y + 22 = 0$.

19. Cho đường thẳng $d : x - y + 2 = 0$ và hai điểm $O(0; 0), A(2; 0)$.

- a) Chứng minh rằng A và O cùng nằm về một phía đối với đường thẳng d .
- b) Tìm điểm O' đối xứng với O qua d . *Đáp số:* $O'(-2; 2)$.

- c) Tìm điểm M trên d sao cho $(OM + MA)$ nhỏ nhất. *Đáp số:* $M\left(\frac{-2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

20. Cho hai điểm $A(1; 2), B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên Ox sao cho độ dài đoạn gấp khúc AMB đạt giá trị nhỏ nhất. *Đáp số:* $M\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.