

VẤN ĐỀ 1. MẶT NÓN TRÒN XOAY

- **Khái niệm mặt nón tròn xoay:** Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng Δ và d cắt nhau tại O tạo thành góc α với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Mặt tròn xoay sinh ra bởi đường thẳng d khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ sao cho góc α không đổi gọi là **mặt nón tròn xoay đỉnh O** , gọi tắt là **mặt nón**. Đường thẳng Δ gọi là **trục**, d gọi là **đường sinh**, 2α gọi là **góc ở đỉnh**.
- **Hình nón tròn xoay:** Cho tam giác OIM vuông tại I . Khi quay tam giác vuông này xung quanh OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành **hình nón tròn xoay** (gọi tắt là **hình nón**). Hình tròn tâm I bán kính IM gọi là **mặt đáy**, O là **đỉnh**, OI gọi là **chiều cao**, OM là **đường sinh**.
- **Diện tích xung quanh** của hình nón tròn xoay $S = \pi rl$ trong đó r là bán kính đường tròn đáy và l là độ dài đường sinh.
- **Khối nón tròn xoay** (hay **khối nón**) là phần không gian được giới hạn bởi hình nón.
- **Thể tích** của khối nón tròn xoay $V = \frac{1}{3}Bh$ trong đó $B = \pi r^2$ là diện tích đường tròn đáy và h là chiều cao.

Dạng 1. Tính diện tích xung quanh của hình nón và thể tích của khối nón

1. Trong không gian cho tam giác vuông OIM vuông tại I , góc $\widehat{IOM} = 30^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón.
 - a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón đó. **Đáp số:** $S_{xq} = 2\pi a^2$.
 - b) Tính thể tích của khối nón tạo nên bởi hình nón trên. **Đáp số:** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.
2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Hãy tính diện tích xung quanh của hình nón và thể tích của khối nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. **Đáp số:** $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}$; $V = \frac{\pi a^3}{12}$.
3. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao $SO = h$ và góc $\angle SAB = \alpha, \alpha > 45^\circ$. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình $ABCD$ của hình chóp. **Đáp số:** $S_{xq} = \frac{\pi \sqrt{2} h^2 \cos \alpha}{1 - 2 \cos^2 \alpha}$.

Dạng 2. Chứng minh đường thẳng d luôn thuộc một mặt nón tròn xoay

4. Trong không gian cho hai điểm A, B cố định và có độ dài $AB = 20cm$. Gọi d là một đường thẳng thay đổi luôn luôn đi qua A và cách B một khoảng bằng $10cm$. Chứng tỏ rằng đường thẳng d luôn luôn nằm trên một mặt nón, hãy xác định trục và góc ở đỉnh của mặt nón đó.

Dạng 3. Tính diện tích thiết diện của hình nón

5. Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 20cm$, bán kính đáy $r = 25cm$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12cm$. Tính diện tích thiết diện đó. *Đáp số: $500cm^2$.*
6. Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$.
- a) Tính diện tích xung quanh, diện tích đáy và thể tích của khối nón tương ứng.
- b) Cho dây cung BC của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60° . Tính diện tích tam giác SBC .
7. Cho khối nón bán kính đáy $r = 12cm$ và có góc ở đỉnh là $\alpha = 120^\circ$. Hãy tính diện tích của thiết diện đi qua hai đường sinh vuông góc với nhau. *Đáp số: $S = 96cm^2$.*
8. Một hình nón tròn xoay đỉnh D , O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh l và có góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng α .
- a) Tính diện tích xung quanh của hình nón và thể tích của khối nón được tạo nên. *Đáp số:*
 $S_{xq} = \pi l^2 \cos \alpha; V = \frac{1}{3} \pi l^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$.
- b) Gọi I là điểm trên DO sao cho $DI = kDO, 0 < k < 1$. Tính diện tích thiết diện qua I và vuông góc với trục của hình nón. *Đáp số: $S = k^2 \pi l^2 \cos^2 \alpha$.*