

VẤN ĐỀ 6. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Dạng 1. Tìm tâm và bán kính của đường tròn

1. Tìm tâm và bán kính của đường tròn cho bởi mỗi phương trình sau:

a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$. Đs: $I(1;1), R=2$.

b) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 2 = 0$. Đs: $I(2;3), R=\sqrt{11}$.

c) $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y - 11 = 0$. Đs: $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right), R=1$.

d) $7x^2 + 7y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$. Đs: $I\left(\frac{2}{7}; -\frac{3}{7}\right), R=\frac{\sqrt{20}}{7}$.

2. a) Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $2x^2 + 2y^2 - 5x - 4y + 1 + m^2 = 0$ là phương trình đường tròn. Tìm tọa độ tâm và bán kính Đs: $I\left(\frac{5}{4}; 1\right), R=\frac{1}{4}\sqrt{33-8m^2}, |m| < \sqrt{\frac{33}{8}}$.

b) Tìm giao điểm của $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \end{cases}$ và $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$. Đs: $(1; -2), \left(\frac{21}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

3. Xét vị trí tương đối của $d: 3x + y + m = 0$ và $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$. Đs: $|m+5| > 2\sqrt{10} \Rightarrow$ không cắt, $|m+5| = 2\sqrt{10} \Rightarrow$ tiếp xúc, $|m+5| < 2\sqrt{10} \Rightarrow$ cắt nhau.

Dạng 2. Viết phương trình đường tròn

4. Viết phương trình của đường tròn (C) trong mỗi trường hợp sau:

a) (C) có tâm $I(1;3)$ và đi qua điểm $A(3;1)$. Đs: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$.

b) (C) đi qua ba điểm $M(1;-2), N(1;2), P(5;2)$. Đs: $(x-3)^2 + y^2 = 8$.

c) (C) có tâm $I(-2;0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d): 2x + y - 1 = 0$. Đs: $(x+2)^2 + y^2 = 5$.

d) Đối xứng với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ qua $(d): x - y - 3 = 0$. Đs: $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 1$.

Dạng 3. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

5. Cho đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$.

a) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn biết rằng tiếp tuyến đi qua điểm $A(-1;0)$. Đs: $3x - 4y + 3 = 0$.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn biết rằng tiếp tuyến đi qua điểm $B(3;-11)$. Đs: $3(x-3) + 4(y+11) = 0; 4(x-3) - 3(y+11) = 0$.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn vuông góc với đường thẳng $(d): x + 2y - 2 = 0$.

d) Tìm m để đường thẳng $(d): x + (m-1)y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn.

6. Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn:

a) $(C_1): x^2 + y^2 = 1$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 10x - 10y + 46 = 0$. Đs: $3x - 4y - 5 = 0; 4x - 3y + 5 = 0;$

$a = -25 \pm 3\sqrt{41}, b = 16, c = -\frac{5}{3}a - \frac{5}{3}b$.

b) $(C_1): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ và $(C_2): (x+2)^2 + (y+1)^2 = 9$. Ds: $x=1; y=2; 4x-3y-10=0; 2x+2y-3=0$.

Bài tập Luyện tập

7. Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ giao điểm của hai đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 + 2x + 2y - 1 = 0$ và

$(C_2): x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 = 0$. Ds: $\left(-\frac{3}{2}; \frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}\right)$.

8. Viết phương trình đường tròn:

a) đường kính AB biết rằng $A(3;6), B(-5;3)$. Ds: $(x+1)^2 + \left(y-\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{73}{4}$.

b) (C) đi qua ba điểm $A(1;2), B(5;2), C(1;-3)$. Ds: $(x-3)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{41}{4}$.

c) Đi qua $A(-1;1), B(1;-3)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $(d): 2x - y + 1 = 0$. Ds:

$\left(x+\frac{4}{3}\right)^2 + \left(y+\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{65}{9}$.

d) Đi qua $A(5;0), B(1;4)$ và tiếp xúc $(d): 3x - y + 1 = 0$. Ds: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$.

9. Viết phương trình đường tròn:

a) Đi qua điểm $A(-5;0)$ và tiếp xúc $(d_1): 2x + y + 10 = 0, (d_2): 2x - y + 14 = 0$. Ds:

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 20$ hoặc $(x+6)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{16}$.

b) Tiếp xúc với hai trục tọa độ và đi qua điểm $(2;1)$. Ds: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ và $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$.

c) Đi qua hai điểm $A(1;1), B(1;4)$ và tiếp xúc với trục Ox . Ds: $(x-3)^2 + \left(y-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ và

$(x+1)^2 + \left(y-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$.

10. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ trong mỗi trường hợp sau

a) Tiếp tuyến song song với đường thẳng $3x - y + 17 = 0$.

b) Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x + 2y - 5 = 0$.

c) Tiếp tuyến đi qua điểm $A(2;-2)$.

11. Viết phương trình tiếp tuyến chung của

a) $(C_1): x^2 + y^2 - 10x + 24y = 56$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 20$. Ds: $y+2=0$ và $x-2=0$.

b) $(C_1): x^2 + y^2 - 6x + 5y = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 12x - 6y + 44 = 0$.