ĐỀ THI HỌC KỲ I TRƯỜNG HÀ NỘI – AMSTERDAM

MÔN TOÁN LỚP 8 (2004-2005)

Thời gian: 120 phút

Câu 1. Cho $M = \frac{2}{x} - \left(\frac{x^2}{x^2 + xy} - \frac{x^2 - y^2}{xy} - \frac{y^2}{xy + y^2} \right) : \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$.

a) Chứng minh rằng: $x^2 + xy + y^2 > 0 \qquad \forall x, y \neq 0$.

b) Chứng minh rằng $M = \frac{x + y}{xy}$ trên miền xác định của nó.

c) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $M = -1$.

Câu 2.

a) Phân tích thành nhân tử: $A = x^2 + y^2 + 3x - 3y - 2xy - 10$.

b) Chứng minh rằng: $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = 3(x + y)(y + z)(z + x)$.

Áp dụng: cho $x + y + z = 1$, $x^3 + y^3 + z^3 = 1$. Tính $B = x^{2005} + y^{2005} + z^{2005}$.

c) Cho $x^2 - 4x + 1 = 0$. Tính $C = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$.

d) Tìm x: $15x^4 - 8x^3 - 14x^2 - 8x + 15 = 0$.

Câu 3. Tìm các hệ số a, b, c để $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ chia hết cho $x + 2$, còn khi chia cho $x^2 - 1$ thì dư là $x + 5$.

Câu 4. Cho hình chữ nhật $ABCD$. O là giao điểm của hai đường chéo và một điểm P bất kỳ trên đường chéo BD (P nằm giữa O và D). Gọi M là điểm đối xứng của C qua P.

a) Chứng minh tứ giác $AMDB$ là hình thang. Xác định vị trí của P trên BD để $AMDB$ là hình thang cân.

b) Kẻ $ME \perp AD$, $MF \perp BA$. Chứng minh rằng $EF // AC$ và ba điểm E, F, P thẳng hàng.

c) Trên cạnh AB lấy điểm X. trên cạnh DC lấy điểm J sao cho $AX = CJ$. N là điểm tùy ý trên cạnh AD. Gọi G, H thứ tự là giao điểm của XJ với NB, NC.

1. Tính diện tích tứ giác $AXJD$ theo diện tích $ABCD = S$.
2. Chứng minh rằng: $S_{AXGN} + S_{NHJD} = S_{GBCH}$.

d) Gọi K là điểm trên cạnh AB sao cho góc $ADK = 15^0$ và $AB = 2BC$. Chứng minh rằng ΔCDK cân.

Câu 5.

a) Tìm min, max của $A = \frac{16x + 6}{12x^2 + 3}$.

b) Cho ba số $a, b, c \neq 0$. Chứng minh rằng nếu ta có $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$ thì:

1. $\frac{a^2}{a^2 + 2bc} + \frac{b^2}{b^2 + 2ca} + \frac{c^2}{c^2 + 2ab} = 1$.
2. $\frac{bc}{a^2 + 2bc} + \frac{ca}{b^2 + 2ca} + \frac{ab}{c^2 + 2ab} = 1$.